

Die Wärmeleistung von Raumheizkörpern in expliziter Darstellung

Das Leistungsverhalten von Raumheizkörpern wird nach DIN 4703 Teil 3 [1] durch die Potenzfunktion unter Verwendung der logarithmischen oder arithmetischen Übertemperatur beschrieben. Da in dieser Form die Rücklauftemperatur enthalten ist, kann eine Untersuchung des Betriebsverhaltens von Heizkörpern nur auf iterativem oder graphischem Wege erfolgen. In diesem Beitrag wird eine explizite Form der Heizkörpergleichung angegeben, welche sich auch für die Berechnung der Wärmeleistung bei kleinen Heizmittelströmen eignet.

Physikalische Motivation

Der Potenzfunktion in [1] liegt eine physikalische Motivation zugrunde, welche hier kurz wiederholt werden soll.

Der Wärmedurchgang vom Heizmedium an die Umgebung wird vorwiegend durch den äußeren Wärmeübergang bestimmt. Hierbei wird in konvektive und Strahlungswärmeabgabe auf der Vorder- und Rückseite unterschieden. Bei guter Wärmedämmung der Heizkörperrückwand wird die rückseitige Wärmeabgabe zu etwa 80 % in eine konvektive Lufterwärmung im Schacht umgewandelt ([2] und [3]). Die restliche Aufteilung der Art der Wärmeabgabe wird maßgeblich durch das Verhältnis Heizfläche zu Ansichtsfläche bestimmt. Wird dieses Verhältnis von 1 auf 2 vergrößert, so geht der Strahlungsanteil von etwa 56 % auf 40 % zurück. Außer bei der einreihigen Platte ohne Konvektionsteil liegt der Strahlungsanteil im allgemeinen unter 35 % (vgl. DIN 4704 Teil 1 [4]). Bei der Messung nach [4] werden keine niedertemperierten Umgebungsflächen vorgehalten, sodaß sich auch hier der Strahlungsanteil in Grenzen hält. Unter der Annahme, daß die Wärmeabgabe von Raumheizkörpern überwiegend konvektiv erfolgt, entspricht der Wärmedurchgangskoeffizient k in etwa dem konvektiven Wärmeübergangskoeffizient α_K ($k \approx \alpha_K$).

Für die freie Konvektion an ebenen senkrechten Wänden entnimmt man der wärmetechnischen Literatur für turbulente Strömung

$$\alpha_K = C_t (T_O - T_L)^{1/3} \quad (1)$$

C_t	Stoffwertekonstante (nur gering temperaturabhängig)
T_O	Oberflächentemperatur
T_L	Lufttemperatur in einem genügend großen Abstand

Für die Wärmeleistung des Heizkörpers \dot{Q}_H erhält man somit den Ansatz

$$\dot{Q}_H = k F_H (T_H - T_L) = C (T_H - T_L)^n \quad (2)$$

T_H	eine mittlere Heizmitteltemperatur
F_H	Heizfläche

Bezieht man diese Gleichung auf die bei der Norm-Messung nach [4] ermittelten Werte, so erhält man die Potenzfunktion in [1] zu

$$b_{Qn} = \frac{\dot{Q}_H}{Q_{Hn}} = \left[\frac{T_H - T_L}{(T_H - T_L)_n} \right]^n \quad (3)$$

b_{Qn}	bezogene Wärmeleistung
\dot{Q}_{Hn}	Norm-Wärmeleistung nach [4]
$(T_H - T_L)_n$	Norm-Übertemperatur
n	Exponent der Norm-Kennlinie bei Norm-Heizmittelstrom \dot{m}_{Hn}
T_L	Bezugs-Lufttemperatur nach [4]

Wassertemperaturen im Heizkörper

Für die stationäre Temperaturabnahme des Heizmediums in Strömungsrichtung x kann allgemein angesetzt werden :

$$\dot{m} c \frac{dT_W(x)}{dx} + \dot{q} = 0 \quad (4)$$

$T_W(x)$	Wassertemperatur in der Höhe x
\dot{q}	Wärmeabgabe je m Bauhöhe H
$\dot{m} c$	Wasserwert

Setzt man in diese Differentialgleichung für

$$\dot{q} = k_R [T_W(x) - T_L] \quad (5)$$

$$k_R = k \frac{F_H}{H} \quad \text{Wärmedurchgangskoeffizient je m Bauhöhe H}$$

ein, so führt dies letztlich zu der log. Übertemperatur

$$T_H - T_L = \frac{T_V - T_R}{\ln \frac{T_V - T_L}{T_R - T_L}} \quad (6)$$

T_V Vorlauftemperatur

T_R Rücklauftemperatur

Für $\dot{q} = k_R (T_H - T_L)$ erhält man die arithmetische Übertemperatur. In beiden Fällen wurde die Temperaturabhängigkeit von k_R nicht berücksichtigt. Wird diese Temperaturabhängigkeit auch bei der Berechnung der Wassertemperaturen konsequent fortgesetzt, so führt dies auf die Differentialgleichung

$$\dot{m} c \frac{dT_W(x)}{dx} + \frac{C}{H} [T_W(x) - T_L]^n = 0 \quad (7)$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt an der Stelle $x = H$ die Rücklauf-Übertemperatur

$$(T_R - T_L)^{1-n} = \sigma + (T_V - T_L)^{1-n} \quad (8)$$

mit

$$\sigma = \frac{C(n-1)}{\dot{m} c} \quad (9).$$

Wenn z.B. aus Messungen die Rücklauftemperatur bekannt ist, stellt Glg. (9) gleichzeitig eine Bestimmungsgleichung für σ dar. Durch den Bezug auf die bekannten Norm-Größen erhält man

$$\sigma = \frac{(50 \text{ K})^{1-n} - (70 \text{ K})^{1-n}}{b_{Mn}} \quad (10)$$

mit dem bezogenen Heizmittelstrom

$$b_{Mn} = \frac{\dot{m}_H}{\dot{m}_{Hn}} \quad (11)$$

Die Konstanz der Stoffwerte ist hierbei wiederum vorausgesetzt. Ein entsprechender Schritt bei der Lösung von Glg. (4) und (5) ist nicht möglich, da k_R wie vorstehend erläutert temperaturabhängig mit einem Exponenten $n - 1$ ist. In diesem Sachverhalt ist die Ursache für notwendige iterative Bestimmung der Rücklauf­temperatur begründet.

Die Rücklauf­temperatur kann mit Glg. (8) und (10) unter Vorgabe der für den Heizkörper unabhängigen Eingangsgrößen explizit berechnet werden. *Bild 1* stellt beispielhaft für den Heizkörper-Exponenten $n = 1,3$ die Rücklauf-Übertemperatur für verschiedene Vorlauf-Übertemperaturen und bezogene Heizmittelströme dar. Interessant ist dabei, daß bei einem hohen Niveau der Vorlauf­temperatur und kleinen Heizmittelströmen die Rücklauf­temperatur von einer Vorlauf­temperaturänderung nur wenig beeinflusst wird (vgl. "wirksame Vorlauf­temperatur" in [5]).

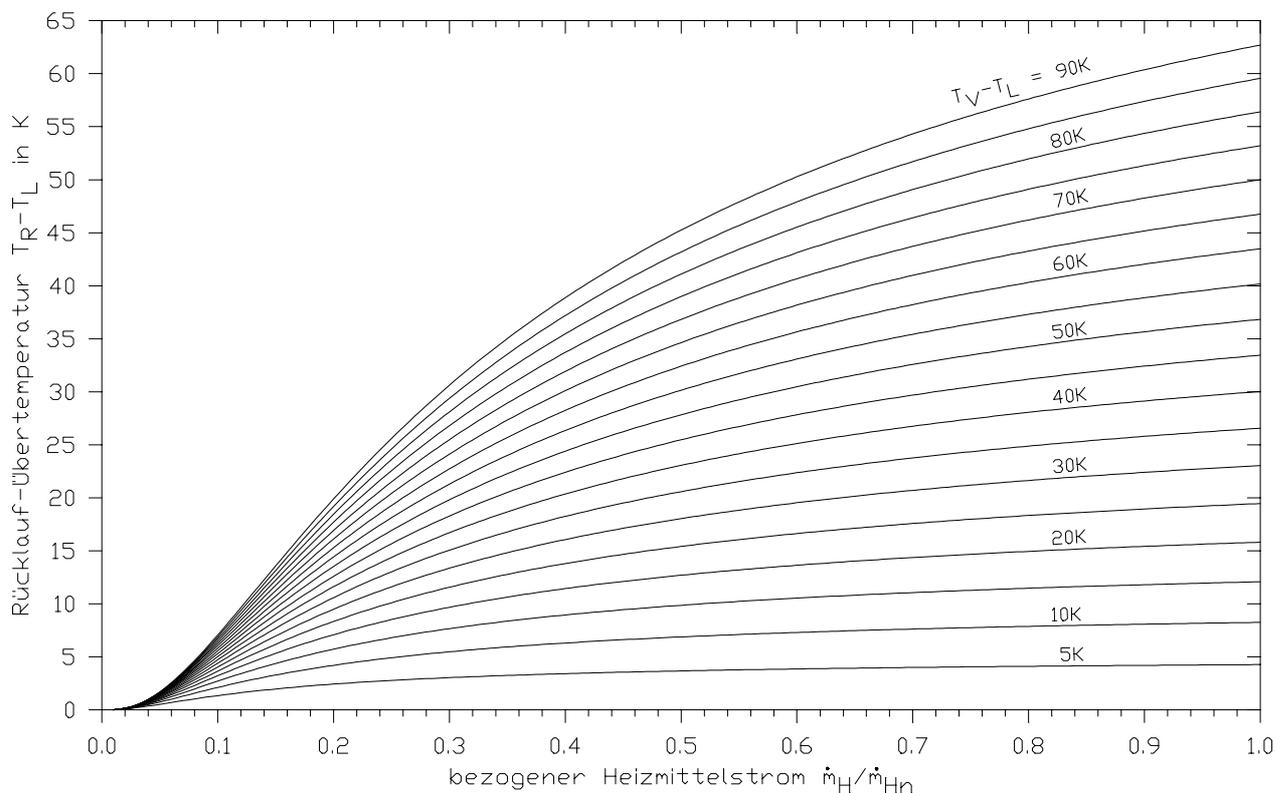


Bild 1: Rücklauf-Übertemperatur ($n = 1,30$)

Wärmeleistung des Heizkörpers

Für die bezogene Darstellung der Wärmeleistung erhält man unter Verwendung der Glg. (8), (10) und (11)

$$b_{Qn} = \frac{b_{Mn}}{20\text{K}} \left\{ (T_V - T_L) - \left[\sigma + (T_V - T_L)^{1-n} \right]^{1/(1-n)} \right\} \quad (12).$$

Dies stellt eine explizit berechenbare Form der Heizkörpergleichung dar. Eine für die Wärmeleistung maßgebliche mittlere Übertemperatur $T_Q - T_L$ ergibt sich mit einem Ansatz entsprechend Glg. (3)

$$b_{Qn} = \left[\frac{T_Q - T_L}{(T_Q - T_L)_n} \right]^n \quad (13),$$

wobei sich $T_Q - T_L$ durch den Vergleich mit Glg. (12) errechnet aus

$$(T_Q - T_L)^n = \frac{n-1}{\sigma} \left\{ (T_V - T_L) - \left[\sigma + (T_V - T_L)^{1-n} \right]^{1/(1-n)} \right\} \quad (14).$$

Für die Übertemperatur unter Normbedingungen (90/70/20 und $b_{Mn} = 1$) gilt :

$$(T_Q - T_L)_n^n = \frac{20\text{K} (n-1)}{(50\text{K})^{1-n} - (70\text{K})^{1-n}} \quad (15).$$

Tabelle 1 zeigt, daß diese Übertemperatur nur sehr gering vom Exponenten n abhängig ist.

Tabelle 1: Übertemperatur unter Norm-Bedingungen für verschiedene Exponenten

Exponent n	Übertemperatur unter Norm-Bedingungen $(T_Q - T_L)_n$
-	K
1,1	59,41
1,2	59,38
1,3	59,36
1,4	59,33

Vergleich

Die *Bilder 2 bis 4* stellen jeweils ein Kennlinienfeld mit der gemessenen Wärmeleistung in der bezogenen Darstellung, aufgetragen über die arithmetische, logarithmische und der Übertemperatur nach Glg. (14) dar. Aus [6] wurde hierzu beispielhaft ein vertikalprofiliertes Plattenheizkörper BH 620, BL 1500 und BT 35 mm mit einer Konvektionsreihe (Typ PK) ausgewählt.

Wie bereits in [6] ausgeführt, verringert sich der Unterschied in den Kennlinien bei kleinen Heizmittelströmen, wenn man anstelle der arithmetischen Übertemperatur die logarithmische verwendet. *Bild 3* zeigt aber, daß dieser Unterschied bei extrem kleinen Heizmittelströmen noch sehr groß sein kann.

Die log. Übertemperatur liefert hierfür zu hohe Werte. Ein entsprechendes Korrekturverfahren gibt Schlapmann in [7] an. Dabei soll der Exponent und die Wärmeleistung bei 60 K Übertemperatur mit Korrekturfaktoren umgerechnet werden. Für die verschiedenen Heizkörpertypen und Anschlußarten zeigt sich dabei besonders bei der Exponent-Umrechnung eine starke Streuung.

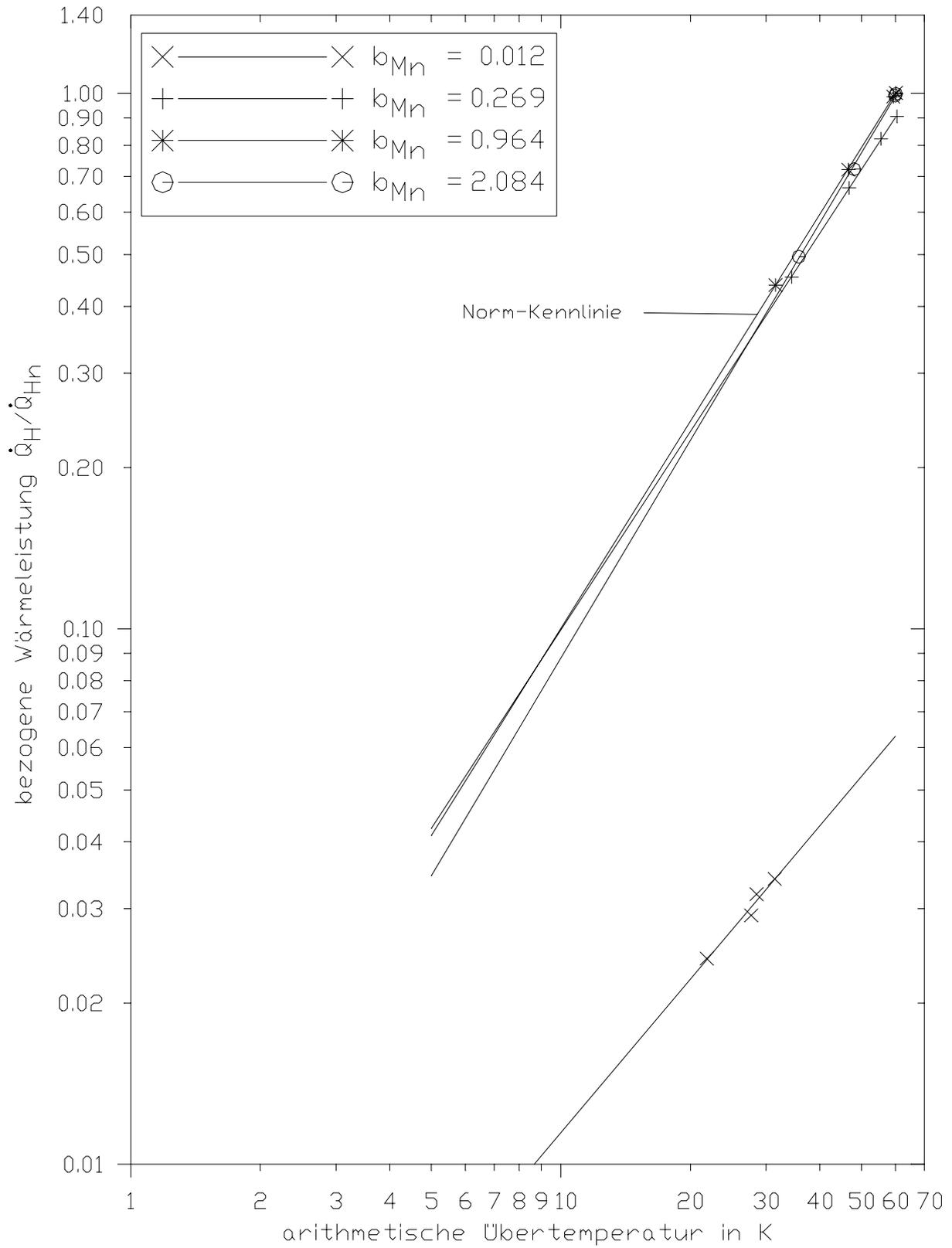


Bild 2: Kennlinienfeld für Heizkörper-Wärmeleistung (Plattenheizkörper Typ PK, $\dot{Q}_{Hn} = 1408$ W, $n = 1,285$, Anschluß: gleichseitig, Einbau: freistehend)

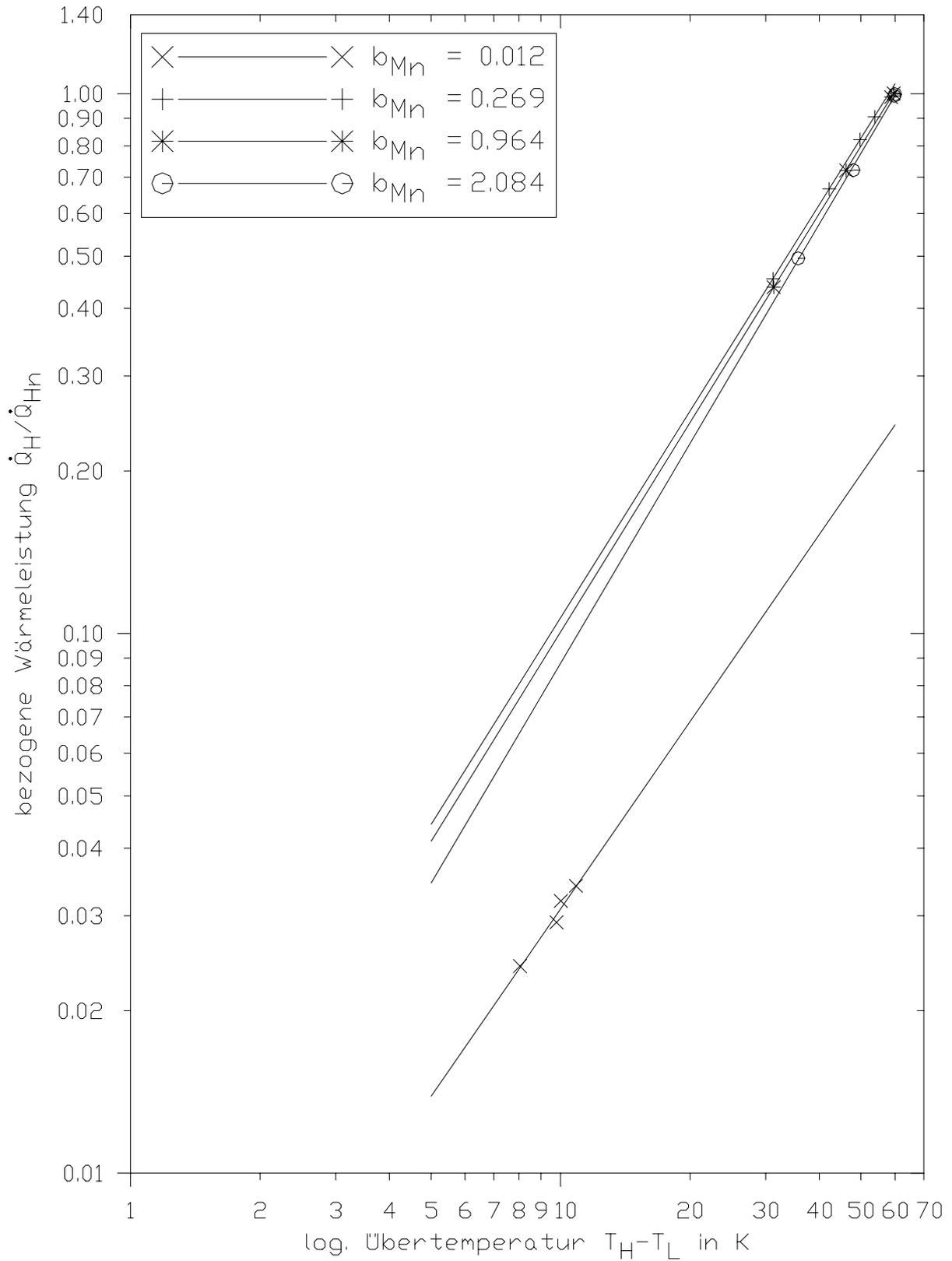


Bild 3: Kennlinienfeld für Heizkörper-Wärmeleistung (Plattenheizkörper Typ PK, $\dot{Q}_{Hn} = 1408$ W, $n = 1,288$, Anschluß: gleichseitig, Einbau: freistehend)

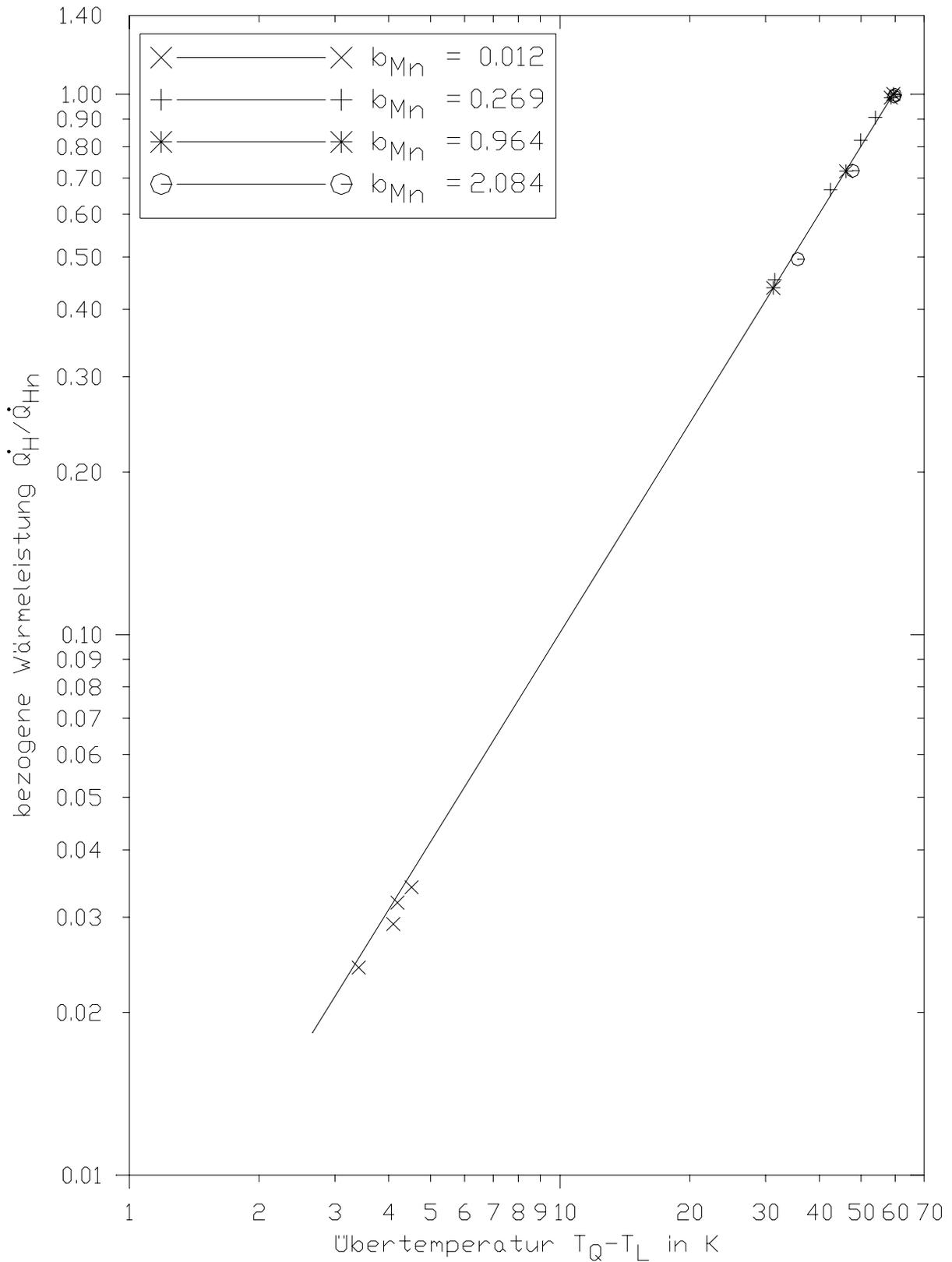


Bild 4: Kennlinienfeld für Heizkörper-Wärmeleistung (Plattenheizkörper Typ PK, $\dot{Q}_{Hn} = 1408$ W, $n = 1,288$, Anschluß: gleichseitig, Einbau: freistehend)

Schlußfolgerung

Für den Norm-Heizmittelstrom besteht eine gute Übereinstimmung aller drei Übertemperaturen. In Glg. (10) und (12) kann daher der Exponent der Norm-Kennlinie eingesetzt werden.

Unter Umständen kann bei anderen Heizkörperarten oder Anschlußarten für kleine Heizmittelströme weiterhin eine Korrektur notwendig sein. Eine thermisch-hydraulische Simulation für einen einfachen Modellheizkörper ergab hierfür folgende Erkenntnis:

Bei abnehmenden Heizmittelströmen wird dem thermischen Umtriebsdruck im Heizkörper immer weniger Widerstand entgegengesetzt. Dies führt zu einer Veränderung der intern im Heizkörper umgewälzten Massenstromverteilung. Die von oben nach unten durchströmten vertikalen Wasserkanäle erhalten hierdurch eine gegenüber der Vorlauftemperatur geringere Eintrittstemperatur, aber gleichzeitig einen höheren Massenstrom. Die Folge hiervon ist eine ausgeglichene horizontale Oberflächentemperaturverteilung (s.a. [6]). Eine Korrektur sollte daher neben einer geringeren Vorlauftemperatur auch ein geringeres σ zum Inhalt haben. Dies ist besonders wichtig, wenn der vertikale Wassertemperaturverlauf berechnet werden soll. Für die Ermittlung der Wärmeleistung bei extrem kleinen Heizmittelströmen kann in einigen Fällen allein die Korrektur von σ in Glg. (12) ausreichend sein (vgl. hierzu *Bild 1*).

Zusammenfassung

Mit der Potenzfunktion nach Glg. (3) und der log. Übertemperatur nach Glg. (6) ist die Berechnung der Wärmeleistung bei verschiedenen Heizmittelströmen, Heizkörper-Exponenten, Vorlauf- und Raumlufitemperaturen nur iterativ möglich. Ein Ansatz für den vertikalen Wassertemperaturverlauf unter Berücksichtigung der exponentiellen Temperaturabhängigkeit des Wärmeüberganges ergab eine explizite Form der Heizkörpergleichung. Hieraus ließ sich eine für die Wärmeleistung maßgebliche Übertemperatur entwickeln, die gegenüber der log. Übertemperatur einen weiteren Gültigkeitsbereich bezüglich des Heizmittelstromes besitzt. Der Grund hierfür liegt in der Berücksichtigung der exponentiellen Temperaturabhängigkeit, welche bei der Herleitung der log. Übertemperatur unterblieb.

Literatur

- [1] DIN 4703 Teil 3, Ausgabe Sept. 1988: Raumheizkörper. Begriffe, Grenzabmaße, Umrechnungen, Einbauhinweise.
- [2] Esdorn, H.; Kast, W.; Schauß, H. und Zöllner, G.: Der Einfluß der Rückwandtemperatur auf die Leistung von Plattenheizkörpern. WKT (1972), Nr. 9, Seite 251-253
- [3] Nadler, N.: Energieersparnis durch Wärmeschutzmaterialien hinter Heizkörper bei Außenwandaufstellung. Diplomarbeit Nr. 113 (1981) an der TU-Berlin, unveröffentlicht
- [4] DIN 4704 Teil 1, Ausgabe Sept. 1988: Prüfung von Raumheizkörpern. Prüfregeln.
- [5] Bach, H.; Schlapmann, D.: Effektive Übertemperatur zur einheitlichen Darstellung der Wärmeleistung von Raumheizkörpern. Ki (1977) Nr. 10, S. 349-354
- [6] Esdorn, H.; Zöllner, G.: Untersuchung der Wärmeabgabe und der Oberflächentemperaturverteilung von Heizkörpern in Abhängigkeit von den Betriebsbedingungen, der Einbauanordnung und der Anschlußart. Teil II Plattenheizkörper. Forschungsbericht im Auftrage des BM-Bau, Berlin 1980
- [7] Schlapmann, D.: Wärmeleistung und Oberflächentemperaturen von Raumheizkörpern. HLH (1976) Nr. 9, S. 317-321

Nahrungsbeziehungen überdenken

Leserzuschrift von Dipl.-Ing. Norbert Nadler zum Beitrag „Berechnung ohne Computer“

In der HLH 10/99, S. 58-61 [1] werden von Dr.-Ing. Tobias Zschunke zwei Nahrungsbeziehungen für die Rücklauf­temperatur von Heizflächen vorgestellt. Im folgenden soll gezeigt werden, daß die erste Nährung überflüssig und die zweite Nährung zu überdenken ist.

Die sich einstellende Rücklauf­temperatur bei gegebener Vorlauf­temperatur und Heizmittelstrom ist bei Untersuchungen zum Betriebsverhalten der Heizfläche von Interesse. Im Hinblick auf neue Methoden zur Dimensionierung von Heizflächen gewinnt diese Berechnung auch schon in der Planungsphase an Bedeutung. In der HLH sind hierzu schon mehrere Veröffentlichungen erschienen. Als besondere Problematik wird dabei immer wieder herausgestellt, daß sich die Rücklauf­temperatur nur iterativ ermitteln läst.

Allerdings wurde bereits 1991 in [2] eine Gleichung vorgestellt, die eine explizite Berechnung der Rücklauf­temperatur ermöglicht. Bei den wesentlichen Eingangsgrößen Vorlauf- und Raumluft­temperatur sowie Heizmittelstrom erhält man aus einem konsequenten mathematischen Ansatz

$$\Delta T_R = \left(\sigma + \Delta T_V^{1-n} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (1)$$

T_L	Raumluft­temperatur
T_V	Vorlauf­temperatur
T_R	Rücklauf­temperatur
$\Delta T_V = T_V - T_L$	Vorlauf­Übertemperatur
$\Delta T_R = T_R - T_L$	Rücklauf­Übertemperatur
n	Exponent der Heizfläche

Für die Betriebs-Systemgröße σ gilt dabei

$$\sigma = \frac{\sigma_n}{b_{Mn}} = \Delta T_R^{1-n} - \Delta T_V^{1-n} \quad (2)$$

$b_{Mn} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_n} \approx \frac{\dot{m} c}{(\dot{m} c)_n}$	bezogener Heizmittelstrom
\dot{m}	Heizmittelstrom (Massenstrom)
\dot{m}_n	Bezugs-Heizmittelstrom
c	spez. Wärmekapazität
Index n	Normzustand oder Auslegungszustand

Der Index n kennzeichnet einen Bezugszustand, bei dem sämtliche Temperaturen, Wärmeleistung und Heizmittelstrom bekannt sind. Für diesen Zustand wird i.d.R. der Normzustand der Heizkorperprufung oder der Auslegungszustand bei max. Vorlauftemperatur gewählt. Als Umgebungstemperatur ist hier die Raumlufitemperatur angegeben, da sich die Prüfergebnisse auf diese Temperatur beziehen. Aus den bekannten Bezugstemperaturen ermittelt sich die Bezugs-Systemgröße σ_n zu

$$\sigma_n = \Delta T_{R,n}^{1-n} - \Delta T_{V,n}^{1-n} \quad (3)$$

Das in [1] vorgestellte Beispiel soll die Anwendung verdeutlichen. Gegeben sei :

Auslegungszustand: $T_V = 90 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_R = 70 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_L = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

Heizkorperexponent: $n = 1,4$

Teillastfall: $b_{Mn} = 0,4$, $T_V = 55 \text{ }^\circ\text{C}$

Hieraus soll die sich einstellende Rücklauftemperatur berechnet werden:

Bezugs-Systemgröße: $\sigma_n = (70 - 20)^{1-1,4} - (90 - 20)^{1-1,4} = 0,0263$

Betriebs-Systemgröße: $\sigma = \frac{0,0263}{0,4} = 0,0658$

Rucklaufubertemperatur: $\Delta T_R = \left(0,0658 + (55 - 20)^{1-1,4} \right)^{\frac{1}{1-1,4}} = 19,1 \text{ K}$

Rücklauftemperatur: $T_R = 19,1 + 20 = 39,1 \text{ }^\circ\text{C}$

Dieser Wert stimmt mit der sog. "exakten" Lösung in [1] überein.

Neben der expliziten Berechnungsmöglichkeit hat die Untersuchung in [2] ergeben, daß die logarithmische Übertemperatur mathematisch nur für den Exponenten $n = 1,0$ gilt. Für Exponenten $n > 1,0$ ist die exponentielle Übertemperatur

$$\Delta T_Q = \left[(n-1) \frac{\Delta T_V - \Delta T_R}{\Delta T_R^{1-n} - \Delta T_V^{1-n}} \right]^{\frac{1}{n}} \quad (4)$$

anzuwenden. Der Vergleich mit Meßergebnissen bestätigte die exponentielle Übertemperatur auch für sehr kleine Heizmittelströme. Vergleichbar dem Unterschied zur arithmetischen Übertemperatur werden die rechnerischen Differenzen mit zunehmenden Heizmittelstrom geringer. Jedoch sind die theoretischen Grundlagen für die arithmetische und logarithmische Übertemperatur im Zusammenhang mit der bekannten Potenzfunktion für die Wärmeleistung inkonsequent.

Aufgrund der expliziten Form der Gleichung (1) erübrigt sich daher eine Näherung, wie sie mit Glg. (21) aus [1] vorgestellt wurde.

Die zweite Näherung (Glg. (24) aus [1]) führte bei meiner Auswertung zu negativen Rücklauftemperaturen. Um den Nachweis hier einzuschränken, wird direkt auf Glg. (24) eingegangen.

Das angegebene Temperaturverhältnis stellt den Wärmeaustauschgrad Φ dar. Dieser ist definiert als das Verhältnis einer vorhandenen Abkühlung ($T_V - T_R$) zur max. möglichen Abkühlung. Letztere liegt vor, wenn sich das Heizmittel bis auf Raumtemperatur auskühlt. Der Wärmeaustauschgrad müßte für alle Betriebszustände zwischen 0 und 1 liegen. Setzt man in Glg. (24) $\dot{Q}/\dot{Q}_0 = 0$ bzw. kleine Werte ein, ergibt sich $\Phi > 1$. Glg. (24) muß daher angezweifelt werden.

Literatur

- [1] **Zschunke, T.** : Berechnung ohne Computer.
HLH (1999), Nr. 10, Seite 58-61
- [2] **Nadler, N.** : Die Wärmeleistung von Raumheizkörpern in expliziter Darstellung. HLH (1991), Nr. 11, Seite 621-624.