Thermische Gebäude- und Anlagensimulation TGASim

Die Zustandsraummethode

(1. Überarbeitung)

CSE Nadler
Dipl.-Ing. Norbert Nadler
Arnstädter Str. 7, 16515 Oranienburg
Tel.: (03301) 579 39-0
Fax: (03301) 579 39-1

Oranienburg, den 27. Oktober 2012

1 Die Zustandsraummethode

Nach eingehender Untersuchung der verschiedenen Verfahren zur Simulation des thermischen Verhaltens von Gebäuden und Anlagen erwiesen sich die impliziten Differenzenverfahren und die Zustandsraummethode als besonders geeignet. Das explizite Differenzenverfahren führt zu numerischer Instabilität, da steife Differentialgleichungssysteme zu lösen sind. Das implizite Differenzenverfahren benötigt für eine Jahressimulation eine hohe Rechenzeit, da in sehr kleinen Zeitschritten (ca. 0,1 h) gerechnet werden muss. Der folgende Beitrag soll einen Einblick in die grundsätzliche Methodik der Zustandsraummethode vermitteln und deren Vor- und Nachteile aufzeigen.

Die dargestellten Algorithmen beschreiben den Rechenkern für die Lösung des Wärmeleitproblems im Simulationsprogramm TGASim.

1.1 Beispiele für die Aufstellung von Zustandsgleichungen

1.1.1 Zustandsgleichungen für Wände

Die Wärmeleitungsgleichung von Fourier beschreibt das instationäre, dreidimensionale thermische Verhalten von Materialien. Der Nachteil dieser Gleichung ist, dass sie nicht für alle Anwendungsfälle analytisch lösbar ist. Es werden daher Vereinfachungen getroffen, die einer numerischen Lösung zugänglich sind.

Das Simulationsprogramm TGASim geht von einem eindimensionalen, instationären Wärmestrom durch Bauteile aus. Dabei wird jede Schicht einer Bauteilkonstruktion in kleine Abschnitte unterteilt. Durch diese örtliche Diskretisierung einer Bauteilschicht entsteht ein System mit konzentrierten Parametern. D.h., Wärmeleitwiderstand und Wärmespeicherung werden in einzelnen Stützstellen vereinigt, wodurch ein Diskretisierungsfehler entsteht.

Führt man noch einen Quellwärmeterm ein, so lassen sich die in *Bild 1.1* dargestellten Wand-, Decken- und Fensterkonstruktionen mit einem einheitlichen Grundaufbau der Differentialgleichung beschreiben.

$$\begin{pmatrix} \dot{T}_0 \\ \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \dot{T}_3 \\ \dot{T}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & 0 & 0 & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & 0 & 0 \\ 0 & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & 0 \\ 0 & 0 & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,n} \\ 0 & 0 & 0 & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_A \\ \dot{s}_{A1} \\ \dot{s}_{A2} \\ \dot{s}_{A3} \\ \theta_I \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Zustandsgrößen ↵ Eingangsgrößen ↵

T_j	Temperatur der Stützstelle (j = 0...n)
$\dot{T}_j$	Zeitableitung der Temperatur
n-1	Anzahl der Schichtunterteilungen
T_0, T_n	äußere und innere Oberflächentemperatur
a und b	Koeffizienten mit Materialdaten, Wärmeübergangszahlen, Schichtdicken, usw.
θ_A, θ_I	Außen- und Innentemperatur
$\dot{s}_{Aj}$	anteilig absorbierte Sonnenstrahlung oder Quellwärme

Aus der Fourier´schen Differentialgleichung 2. Ordnung entsteht somit ein System von n+1 Differentialgleichungen 1. Ordnung. Grundsätzlich lässt sich jede Differentialgleichung n. Ordnung in ein gekoppeltes System von Differentialgleichungen 1. Ordnung überführen (s. DIN 19229).

Wärmeübergangsschichten gelten als Spezialschichten und werden in das System eingebunden. Entsprechend dem äußeren bzw. inneren Wärmeübergang stellt die links- bzw. rechtsseitige Stützstellentemperatur der fiktiven Schicht die außen bzw. innen anliegende Temperatur dar. Diese kann entweder als Randbedingung vorgegeben werden oder sie ist mit Oberflächentemperaturen anderer Konstruktionen und mit der Lufttemperatur verbunden.

In älteren Simulationsmodellen für Wände erfolgte die Berechnung der a- und b-Koeffizienten anhand einer analogen Schaltung mit elektrischen Widerständen und Kondensatoren (sog. Beukenmodell, RC-Glieder). Die Art dieser Schaltung -üblich sind T-, Π- oder L-Schaltung- nimmt Einfluss auf den Diskretisierungsfehler [1]. Widerstand und Kapazität sind bei diesen Schaltungen örtlich getrennt. Dagegen treten in realen Materialien die Effekte Wärmeleitung und Wärmespeicherung beim Wärmestrom durch die Wand gleichzeitig auf.

In TGASim werden die Koeffizienten aus einer mathematischen Struktur und

nicht aus einem analogen Modell bestimmt. Die Berechnung erfolgt mit einem Verfahren von Heynert und Bauerfeld [2]. Dieses Verfahren hat eine höhere Ordnungsstufe, als die übliche Berechnung der Koeffizienten mit Hilfe von RC-Gliedern. Es ist vergleichbar mit einem weiteren Glied aus der Taylor-Reihenentwicklung, wodurch sich die höhere Ordnung bezüglich der Genauigkeit begründet. Das Verfahren von Heynert und Bauerfeld kann auch durch einen Koeffizientenvergleich mit analytischen Lösungen hergeleitet werden.

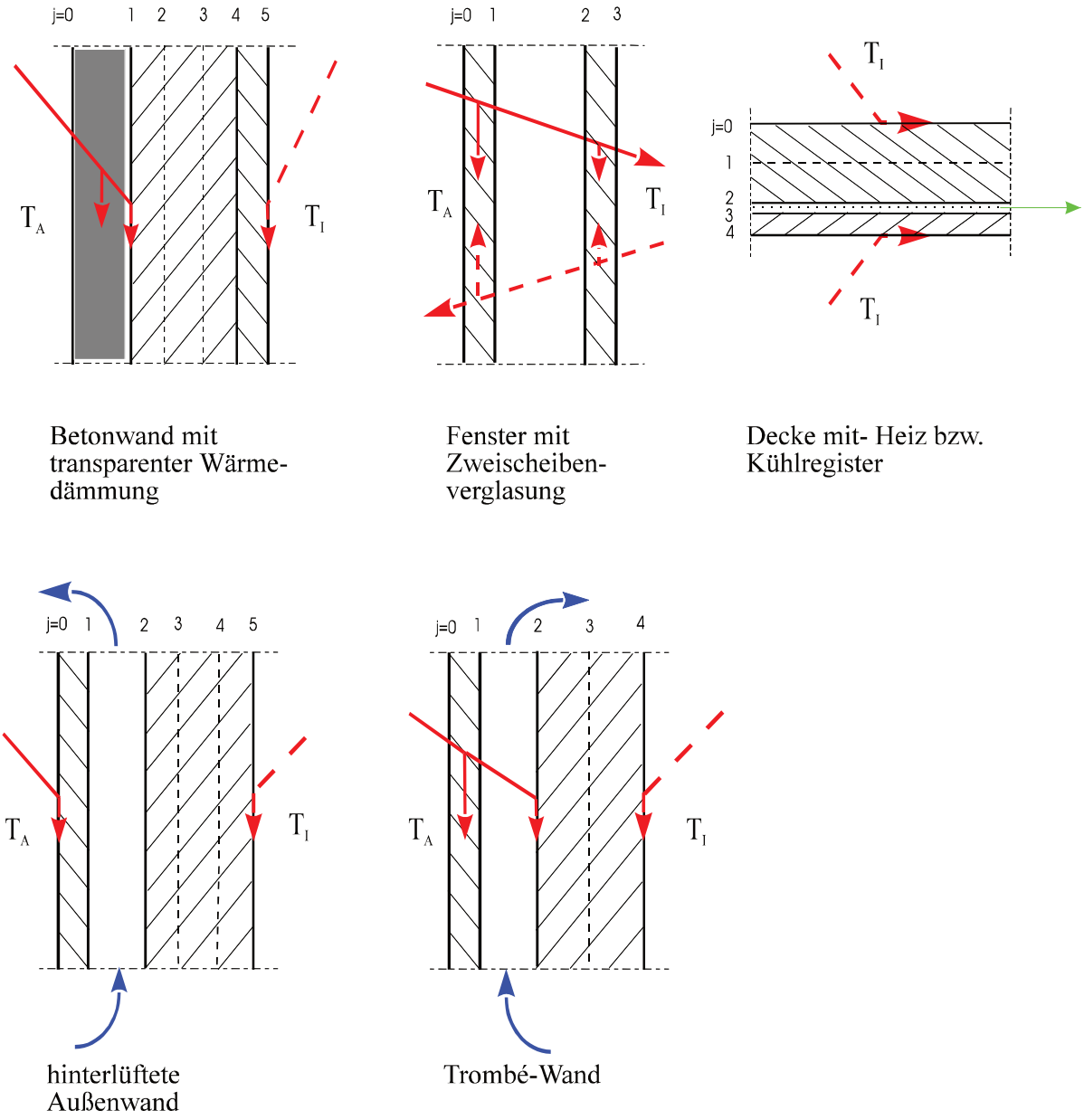

Bild 1.1: Beispiele für Wand-, Decken- und Fensterkonstruktionen mit Quellwärme (rote Pfeile - kurzwellige Sonnenstrahlung, gestrichelt - Sonnenstrahlung von innen)

Darüber hinaus wird der Diskretisierungsfehler durch eine nicht-äquidistante

Schichtunterteilung weiter verringert. Der Vergleich mit der analytischen Lösung für kontinuierlich verlaufende periodische Schwingungen hat gezeigt, dass an den Schichtgrenzen eine feinere Unterteilung als innerhalb der Schicht notwendig ist.

1.1.2 Zustandsgleichungen für Räume

In der oben angegebenen Form sind die Außen- und Innentemperaturen der Wand vorgegebene Eingangsgrößen. Setzt man für die Innentemperatur die Kopplung an andere Wände über den Strahlungsaustausch und über die Luftankopplung an, entsteht eine Modellbeschreibung für den gesamten Raum. Aus der Raumlufttemperatur und den Oberflächentemperaturen der beteiligten Wände werden damit Zustandsgrößen und müssen im linken Teil der Gleichung erscheinen. Die sich aus den Randbedingungen ergebenden Eingangsgrößen sind dann z.B. absorbierte Sonnenstrahlung, Außentemperatur, Nachbarraumtemperatur usw. Soll eine bestimmte Raumlufttemperatur eingehalten werden, so müsste sie als Eingangsgröße im rechten Teil der Gleichung stehen. Für die Ermittlung der frei schwingenden Raumlufttemperatur bei begrenzter Heiz- bzw. Kühlleistung der Anlage ist es jedoch vorteilhaft, sie als Zustandsgröße anzusehen.

Gleichwohl können auch Beziehungen zu anderen physikalischen Größen in das System eingetragen werden (z.B. Enthalpien, Stellgrößen von Reglern, Temperaturen von Heiz- bzw. Kühlanlagen usw.). Allgemein spricht man daher von Zustandsgrößen x.

Mit der Kopplung an andere Konstruktionen wird das Zustandsraummodell erheblich vergrößert. Theoretisch lässt sich ein Zustandsraummodell für ein gesamtes Gebäude aufbauen, wobei die Matrizen jedoch sehr schwach besetzt wären. Um den Speicherbedarf des Rechners in Grenzen zu halten, erfolgt hier eine Beschränkung der Zustandsgrößen auf die Temperaturen in einem einzelnen Raum. Die Verbindung zu den benachbarten Räumen wird erst im folgenden Simulationszeitschritt berücksichtigt. D.h., die Räume werden nacheinander abgearbeitet und die Nachbarraumtemperaturen werden aus dem vorhergehenden Zeitschritt als Randbedingung eingesetzt. Um den Verzugsfehler gering zu halten, sollte in solchen Fällen die Simulationszeitschrittweite kleiner als die Zeitschrittweite für die Ergebnisausgabe sein. In der Regel wird in TGASim mit 1800 sec simuliert und nach jeweils 3600 sec die Ergebnisse ausgegeben.

1.2 Allgemeine Zustandsraumbeschreibung

Der formale Aufbau des Zustandsraumsystems (auch AXBU-System genannt) ist

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}} = \underline{\mathbf{A}}\,\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{B}}\,\underline{\mathbf{u}} \tag{1.2}$$

$\underline{\mathbf{A}}$ (NZUST,NZUST)	Systemmatrix
$\underline{\mathbf{B}}$ (NZUST,NU)	Steuerungsmatrix
$\underline{\mathbf{x}}$ (NZUST)	Zustandsgrößenvektor
$\underline{\mathbf{u}}$ (NU)	Eingangsgrößenvektor
NZUST	Anzahl der Zustandsgrößen (Systemordnung)
NU	Anzahl der Eingangsgrößen

Die Beschreibung nach Glg. (1.2) ist grundsätzlich auch auf zeitvariante und nichtlineare Systeme anwendbar (s.a. DIN 19 229). Eine Nichtlinearität erhält man z.B. durch die Temperaturabhängigkeit der Wärmeübergangszahlen. Die o.g. Koeffizienten a und b sind in diesem Fall abhängig von den Zustandsgrößen x. Sind die Koeffizienten teilweise explizit abhängig von der Zeit, liegt ein zeitvariantes System vor. Das kann z.B. bei zeitabhängigen Wassermassenströmen in Kühldecken und Heizkörpern vorkommen.

Im Allgemeinen werden als Ergebnis nur die inneren Oberflächentemperaturen oder die Wärmeströme auf der Wandinnenseite interessieren. Weiterhin kann auf die Ausgangsgrößen y auch ein Durchgriff d wirken, welcher in den Zustandsgrößen nicht enthalten ist. Für die Verknüpfung zwischen den interessierenden Ausgangsgrößen und den Zustandsgrößen schreibt man formal

$$\underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{C}}\,\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{D}}\,\underline{\mathbf{u}} \tag{1.3}$$

$\underline{\mathbf{y}}$ Vektor der Ausgangsgrößen

$\underline{\mathbf{C}}$ Ausgangsmatrix (Verknüpfung oder Auswahl durch 0 und 1-Belegung interessierender Zustandsgrößen)

$\underline{\mathbf{D}}$ Durchschalt- oder Durchgriffsmatrix

1.3 Allgemeine Lösung der Zustandsdifferentialgleichungen

Die besondere Stärke der Zustandsraummethode liegt in der analytischen Lösungsmöglichkeit des Gleichungssystems (1.2). Das homogene Differentialgleichungssystem wird mit dem Exponentialansatz analog der 1. Ordnung gelöst. Dadurch ergibt sich eine sog. Transitionsmatrix $\underline{\mathbf{\Phi}}$, die bei einer numerischen Auswertung durch eine Reihenbildung berechnet wird

$$\mathbf{\Phi}(\Delta\tau) = e^{\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau)^{\nu}}{\nu!} = \underline{\mathbf{I}} + \underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau + \frac{(\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau)^2}{2} + \frac{(\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau)^3}{6} + \ldots \qquad (1.4)$$

$\underline{\mathbf{\Phi}}$ Transitionsmatrix

$\Delta\tau = t - t_0$ Zeitschrittweite

Die Lösung des inhomogenen Teils folgt aus der Lösung des Faltungsintegrals. Insgesamt erhält man die Zustandsgrößen x zum Zeitpunkt t durch

$$\underline{\mathbf{x}}(t) = \underline{\mathbf{\Phi}}(\Delta\tau)\, \underline{\mathbf{x}}(t_0) + \int_{t=0}^{t} \underline{\mathbf{\Phi}}(t-\tau)\, \underline{\mathbf{B}}\, \underline{\mathbf{u}}(\tau)\, d\tau \qquad (1.5)$$

Werden die Eingangszeitfunktionen $\underline{\mathbf{u}}$ als konstant innerhalb des Zeitschrittes $\Delta\tau$ angenommen, lassen sie sich vor das Integral ziehen und man erhält als Lösung des Faltungsintegrals

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{H}}(\Delta\tau) &= \underline{\mathbf{A}}^{-1}\left[\underline{\mathbf{\Phi}}(\Delta\tau) - \underline{\mathbf{I}}\right]\underline{\mathbf{B}} = \left[\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau)^{\nu}}{\nu!\cdot(\nu+1)}\right] \underline{\mathbf{B}} \cdot \Delta\tau = \left[\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau)^{\nu-1}}{\nu!}\right] \underline{\mathbf{B}} \cdot \Delta\tau \\ &= \left[\underline{\mathbf{I}} + \frac{\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau}{2} + \frac{(\underline{\mathbf{A}} \cdot \Delta\tau)^2}{6} + \ldots\right] \underline{\mathbf{B}}\, \Delta\tau \end{aligned} \qquad (1.6)$$

$\underline{\mathbf{I}}$ Eins-Matrix (Diagonale mit 1, Rest mit 0 belegt)

$\underline{\mathbf{H}}$ Eingangsmatrix

Also wiederum eine Reihenauswertung und keine Matrizeninversion. Die Zustandsgrößen $\underline{\mathbf{x}}$ zum Zeitpunkt k+1 errechnen sich damit rekursiv aus der Vektordifferenzengleichung als Folge von Sprungantworten

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{\Phi}}(\Delta\tau)\, \underline{\mathbf{x}}_k + \underline{\mathbf{H}}(\Delta\tau)\, \underline{\mathbf{u}}_k \qquad (1.7)$$

Transitionsmatrix und Eingangsmatrix sind abhängig von der Zeitschrittweite $\Delta\tau$ und von den Matrizen **A** und **B**. Beide können durch eine synchrone Reihenentwicklung ermittelt werden. Für das Abbruchkriterium bei der Reihenentwicklung sind einige Verfahren in der Literatur veröffentlicht. Dabei kann mit nur wenigen Reihengliedern eine ausreichende Genauigkeit erreicht werden. Außerdem hat die Reihenentwicklung bei der Eingangsmatrix den Vorteil, dass auch Systeme mit integralem Verhalten (Systeme ohne Ausgleich) lösbar sind[1].

Speziell für eine bestimmte Zustandsgröße x mit dem Index L ergibt sich zum Zeitpunkt (k+1) $\Delta\tau$

$$x_{L,k+1} = \sum_{j=1}^{NZUST} \Phi_{L,j}\, x_{L,k} + \sum_{j=1}^{NU} H_{L,j}\, u_{j,k} \qquad (1.8)$$

Hier ist deutlich zu erkennen, dass sich die neuen Zustandsgrößen aus den alten Zustandsgrößen des vorhergehenden Zeitschrittes sowie aus den als konstant im Zeitraum $(k...k+1)\cdot\Delta\tau$ angenommenen Eingangsgrößen berechnen. Die Transitions- und Eingangsmatrix wird bei linearen zeitinvarianten Systemen nur einmal berechnet. Sollten sich jedoch z.B. die Wärmeübergangskoeffizienten wegen der Temperaturabhängigkeit stark ändern oder der Massenstrom einer Anlage bleibt nicht zeitlich konstant, können diese beiden Matrizen jederzeit für den nächsten Zeitschritt neu ermittelt werden. Dies müsste man allerdings mit einer höheren Rechenzeit erkaufen.

Eine derartige Vorgehensweise ist bei der Gewichtsfaktorenmethode nicht möglich bzw. nicht praktikabel. Die Gewichtsfaktoren oder die Filterkoeffizienten beim rekursiven Verfahren (s. VDI 2078 [3]) werden durch Betrachtung eines sehr großen Zeitraumes ermittelt und auf länger zurückliegende Ereignisse angewandt (mehrfache Rekursion) [4]. Innerhalb eines Zeitschrittes können sie daher nicht verändert werden.

1.4 Eigenschaften des Zustandsraumsystems

Die Matrix **H** stellt eine Matrix von Übergangsfunktionswerten für den Zeitschritt $\Delta\tau$ dar. Die Transitionsmatrix überführt die Zustandsgrößen vom Zeitpunkt k in den Zeitpunkt k+1. Sie stellt den Einfluss der Anfangsbedingungen

[1]Systeme ohne Ausgleich haben mindestens einen Eigenwert im Ursprung. Da dadurch die Determinante Null wird, kann auch die Matrix $\mathbf{A}^{-1}$ nicht existieren. Für das implizite Differenzenverfahren ist eine Matrizeninversion notwendig.

dar. Ihre Elemente geben außerdem den Kopplungseinfluss der Zustandsgrößen untereinander wieder, z.B. wie stark sich die äußere Oberflächentemperatur einer Wand auf die innere Oberflächentemperatur einer anderen Wand auswirkt.

Weiterhin kann direkt abgelesen werden, welchen Einfluss eine bestimmte Eingangsgröße auf eine bestimmte Ausgangsgröße nach einem Zeitschritt $\Delta\tau$ ausübt. Dies kann z.B. beim Vergleich von in Beton eingelegten Rohren in verschiedenen Tiefen bedeutsam sein. Hier könnte die raumseitige Überdeckung der Rohre hinsichtlich der Auswirkung einer Wassertemperaturänderung auf die innere Oberflächentemperatur bewertet werden.

1.4.1 Steuerbarkeit und Stabilität

Stabilitätsprobleme durch die Zeitdiskretisierung können bei diesem Verfahren nicht entstehen. Die hier auftretende Zeitdiskretisierung stellt eine Abtastung dar und ist mit den üblichen Zeitdiskretisierungen bei den Differenzenverfahren nicht vergleichbar. Abgesehen von der numerischen Reihenentwicklung gibt Glg. (1.7) eine exakte analytische Lösung wieder. Durch die Schichtunterteilung der Wände wird lediglich eine Ortsdiskretisierung vorgenommen.

Die Zeitschrittweite $\Delta\tau$ ist daher prinzipiell frei wählbar. Sie wird jedoch nur sinnvoll durch das verfügbare Datenmaterial der Eingangsgrößen (z.B. Wetterdaten) und den Systemzeitkonstanten bestimmt. Die mit einer anderen Zeitschrittweite berechneten zurückliegenden Zustandswerte müssen wegen der einfachen Rekursion nicht korrigiert werden. Das bedeutet, dass die Zeitschrittweite auch innerhalb der Simulation verändert werden kann. Allerdings wird auch die notwendige Anzahl von Schichtunterteilungen von der gewählten Zeitschrittweite abhängen.

In der Literatur werden einige Verfahren zur Reduktion der Systemordnung angegeben [5, 6]. Hierdurch werden weniger Speicherplätze und geringere Rechenzeiten benötigt.

1.4.2 Nichtlinearität und Zeitvarianz

Bei linearen zeitinvarianten Systemen und für eine feste Zeitschrittweite muss die Berechnung der Transitions- und Eingangsmatrix nach Glg. (1.4) und (1.6) nur einmal erfolgen. Nach Vorgabe geeigneter Startwerte für x wird die Simulation mittels der Glg. (1.7) durchgeführt. Nichtlineare zeitvariante

Systeme lassen sich durch eine Neuberechnung von $\underline{\mathbf{\Phi}}$ und $\underline{\mathbf{H}}$ nach jedem Zeitschritt simulieren.

Nichtlinearitäten treten wie erwähnt durch temperaturabhängige Wärmeübergangskoeffizienten auf. Neben den Raumumschließungsflächen –insbesondere Glasflächen- sind hiervon auch Wärmetauscher wie z.B. Heizkörper und Kühldecken betroffen. Weiterhin können Regel- und Steuerungseinrichtungen eine Nichtlinearität bzw. Zeitvarianz hervorrufen (z.B. die Hysterese). Zeitveränderliche Massenströme in Anlagenteilen bewirken ebenfalls eine Zeitvarianz.

Die Berücksichtigung dieser Besonderheiten könnte sich wegen der jeweiligen Neuberechnung der Matrizen $\underline{\mathbf{\Phi}}$ und $\underline{\mathbf{H}}$ als sehr rechenzeit- und speicherplatzintensiv erweisen, sind aber grundsätzlich möglich.

1.4.3 Stationärer Zustand (Ruhelage)

Im stationären Zustand sind alle Zeitableitungen in Glg. (1.2) Null. Daraus ergibt sich für die Ruhelage

$$\underline{\mathbf{x}}_R = -\underline{\mathbf{A}}^{-1}\,\underline{\mathbf{B}}\,\underline{\mathbf{u}}_R \tag{1.9}$$

Vergleicht man dies mit Glg. (1.7), folgt für den stationären Zustand ($t \to \infty$)

$$\underline{\mathbf{\Phi}}(\infty) = \underline{\mathbf{0}} \quad \text{und} \quad \underline{\mathbf{H}}(\infty) = -\underline{\mathbf{A}}^{-1}\,\underline{\mathbf{B}} \tag{1.10}$$

Speicherlose Systeme entsprechen in ihrem Verhalten dem stationären Zustand. D.h., für vollkommen speicherlose Systeme kann man schreiben

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{H}}(\infty)\,\underline{\mathbf{u}}_k \tag{1.11}$$

1.5 Zusammenfassende Bewertung der Zustandsraummethode

Grundsätzlich unterscheidet sich die Zustandsraummethode von anderen Verfahren durch die geschlossene und analytische Lösung im Zeitbereich für den gesamten Raum. Differenzenverfahren mit dem vorderen Differenzenquotienten für die Zeitableitung sind mit einem Abbruch nach dem zweiten Reihenglied vergleichbar und stellen daher nur eine 1. Näherung dar.

Das System mit konzentrierten Parametern (x bezieht sich auf verschiedene Orte zu einem Zeitpunkt) lässt sich in die sog. kanonische Form überführen. Die

Zustandsgrößen beziehen sich dabei auf einen Ort zu zurückliegenden Zeitpunkten. In [5] wird durch eine Frequenzgang-Approximation der analytischen Lösung einer Wand eine Ordnungsreduktion erreicht. Zustandsgrößen innerhalb der Wand werden dadurch nicht mehr benötigt. Allerdings entsteht ein neuer Speicherplatzbedarf durch die Einführung von Gewichtsfaktoren zur Approximation. Ein Vorteil kann sich bei dieser Methode nur ergeben, wenn die notwendige Anzahl der Gewichtsfaktoren für die zurückliegenden Zeitpunkte kleiner ist, als die notwendige Anzahl der Stützstellen in der Wand nach o.g. Methode.

Zusammenfassend ist Folgendes festzuhalten:

- Die Zustandsraummethode ist sehr anschaulich und gibt einen Einblick in die innere Systemstruktur. In der Literatur werden für die Strukturanalyse einige Verfahren angegeben.
- Mit ihr lassen sich auch zeitvariante nichtlineare Systeme näherungsweise berechnen.
- Die Zeitschrittweite ist im Prinzip frei wählbar und kann während der Simulation verändert werden.
- Durch die Matrixdarstellung erfordert sie einen hohen Speicherplatzbedarf.
- Ordnungsreduktionen und Optimierung der Speicherplatzanforderungen sind nur bei linearen zeitinvarianten Systemen mit konstanter Zeitschrittweite sinnvoll. Bei anderen Systemen bzw. Anforderungen muss wegen der notwendigen Neugenerierung nach einem oder mehreren Zeitschritten während der Simulation ohnehin der hierzu erforderliche Speicherplatz vorhanden sein.

1.6 Einfluss temperaturabhängiger Wärmeübergangskoeffizienten

Um den Einfluss von Nichtlinearitäten zu demonstrieren, wurden zwei Beispiele berechnet. ***Bild 1.2*** zeigt den Verlauf der Kühllast für ein Luftkühlsystem und einer frei schwingenden Raumlufttemperatur für die Wandaufbauten und Geometrie des Raumtyps L der VDI 2078 [5] nach einer 14-tägigen Einschwingrechnung. Die blau markierte Kurve ist unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit ermittelt worden. Dagegen gibt die schwarze Kurve die Ergebnisse für konstante Wärmeübergangskoeffizienten wieder und ist repräsentativ für ein lineares Übertragungssystem.

Im Falle einer frei schwingenden Raumlufttemperatur sind die Differenzen zu den Wandtemperaturen sehr klein. Dies bestätigt auch der nicht dargestellte Verlauf der empfundenen Temperatur, der fast identisch mit den gezeigten Kurven ist. Bei kleiner Temperaturdifferenz ist der Einfluss der Temperaturabhängigkeit der Wärmeübergangskoeffizienten vernachlässigbar.

Dagegen nimmt bei hohen Differenzen, wie sie zum Beispiel zum Zeitpunkt des Kühllastmaximums auftreten, der Einfluss deutlich zu (s. ***Bild 1.2*** oben). Die max. Abweichung beträgt etwa 14 %.

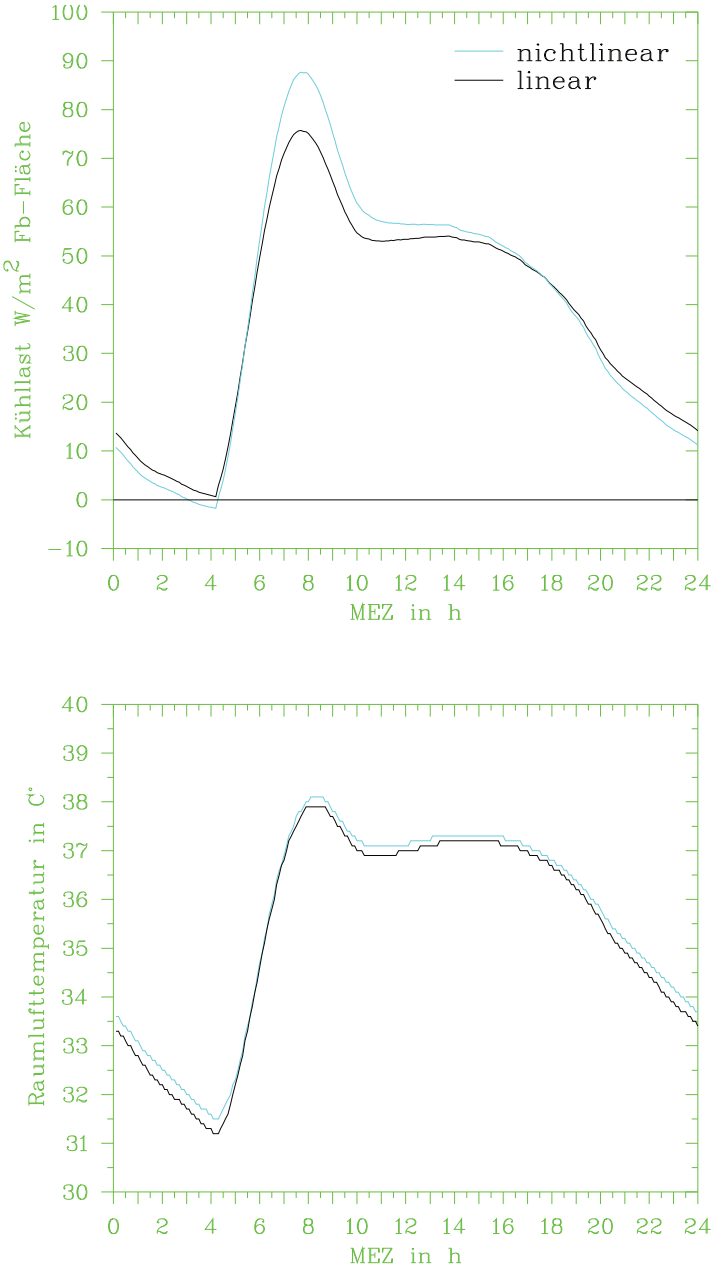

Bild 1.2: Vergleich lineares mit nichtlineares Modell. Raumtyp L der VDI 2078 mit Luftkühlung

In ***Bild 1.3*** sind die Ergebnisse für eine Kühldecke dargestellt. Die mittlere Kühldeckenoberflächentemperatur wurde auf 18...20 °C geregelt. Die größten Abweichungen treten auch hier bei der Kühllastspitze auf.

Größere Fehler (etwa 10...20%) durch die Verwendung konstanter Wärmeübergangskoeffizienten sind also in normalen Räumen nur bei extremen Wettersituationen bei gleichzeitig niedrigen Raumlufttemperaturen zu erwarten. Die Begrenzung der Oberflächentemperatur von Anlagenbauteilen im Raum wirkt sich hier günstig aus. Beim Übergang zu einer frei schwingenden Raumlufttemperatur nimmt der Einfluss des Wärmeüberganges an den Raumumschließungsflächen ab.

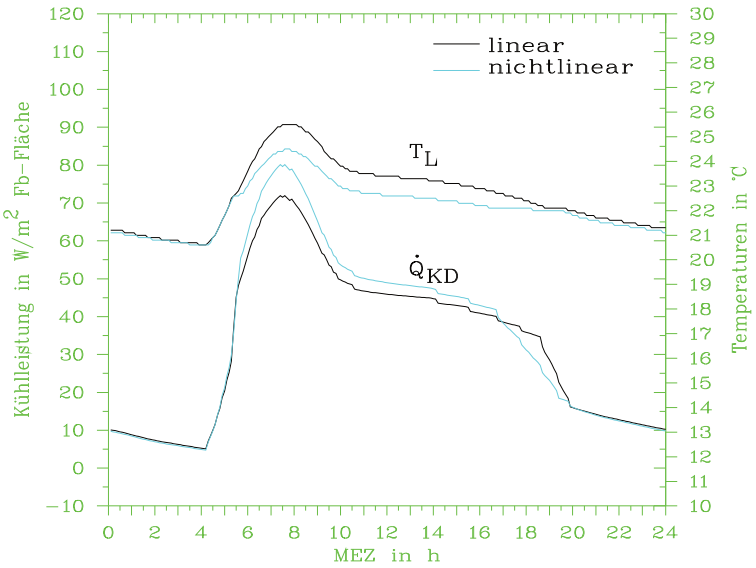

Bild 1.3: Vergleich lineares mit nichtlineares Modell. Raumtyp L der VDI 2078 mit Kühldecke

Problematisch bleibt jedoch die Zeitvarianz durch zeitveränderliche Massenströme im System. Handelt es sich dabei um Luftströme, so kann die Zeitvarianz durch die Vernachlässigung der Wärmekapazität der Luft umgangen werden. Bei Wasserströmen durch Kühldecken oder Heizkörper wird jedoch die Voraussetzung der Zeitinvarianz nicht mehr aufrechtzuerhalten sein.

1.7 Literatur

[1] Nadler, N.: Entwicklung von Rechenprogrammen zur Kopplung eines Digital- und eines Analogrechners zu einem Hybridrechner. Studienarbeit Nr. 61 am Hermann Rietschel Institut der TU Berlin, März 1981, unveröffentlicht

[2] Heynert, P., Bauerfeld, W.L.: Die Behandlung instationärer Wärmeleitprobleme in Räumen mit Hilfe der Methode der digitalen Simulation. Gesundheits-Ingenieur Heft 10, Jahrgang 1972, S. 293-301.

[3] VDI 2078 Ausgabe Juli 1996: Berechnung der Kühllast klimatisierter Räume (VDI-Kühllastregeln).

[4] Jahn, A; Nadler. N. und Guo, J.: Neuausgabe der VDI-Kühllastregeln - VDI 2078/1993-. Erläuterungen zum EDV-Verfahren. Gesundheits-Ingenieur 114 (1993) H. 3, S. 117-126.

[5] Möhl, U.: Systemtheoretische Beschreibung und Simulation des thermischen Verhaltens von Räumen. Fortschr.-Ber. VDI-Z. Reihe 6 Nr. 95, VDI-Verlag Düsseldorf 1981

[6] Hoffmeister, H.: Analyse gekoppelter dynamischer Systeme am Beispiel raumlufttechnischer Anlagen. Fortschr.-Ber. VDI Reihe 8 Nr. 375, VDI-Verlag Düsseldorf 1994